

Exercices d'application

5 minutes chrono !

1. Mots manquants

- a. référentiels galiléens
- b. nulle ; photon
- c. référentiel
- d. propre

2. QCM

- a. Égale à c .
 - b. Les mêmes lois de l'électromagnétisme sont respectées. Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens. Ceci ne signifie pas que les mouvements sont décrits de façons identiques.
 - c. Prend du retard.
 - d. Grande devant τ . Il y a en effet dilatation des durées pour la particule en mouvement.
 - e. Supérieure ou égale à sa durée propre. L'égalité est obtenue pour un référentiel immobile par rapport au référentiel de mesure.
 - f. Est vérifiable et peut avoir des conséquences pratiques. C'est un effet faible mais mesurable avec des horloges atomiques. Le GPS est un exemple où les effets relativistes ont des conséquences pratiques.
-

Compétences exigibles

3. La célérité de la lumière dans le vide est indépendante du mouvement de la source. Le résultat sera c (si la mesure est faite dans le vide), quelle que soit la vitesse de l'étoile.

4. D'après les postulats d'Einstein, on ne peut pas concevoir d'expérience entièrement réalisée dans un référentiel galiléen permettant de savoir si celui-ci est en mouvement par rapport à un autre référentiel galiléen.

On pourra rappeler que ceci résulte du postulat d'Einstein selon lequel les lois de la physique s'expriment de la même façon dans tous les référentiels galiléens.

5. Une durée propre concernant une particule est une durée mesurée dans un référentiel dans lequel cette particule est immobile.

6. La relativité du temps n'intervient que si on compare plusieurs référentiels. Si le vaisseau constitue un référentiel galiléen, pour le cosmonaute il n'y a aucun changement dans les phénomènes observés par rapport à ce qui se produirait sur Terre dans les mêmes conditions. Il faudrait la même durée de cuisson, mesurée sur sa montre.

7. Dans le référentiel R , seul C est en mouvement. Les horloges de A et de B donneront des indications identiques tandis que l'horloge de C sera en retard.

8. La durée propre est $1,2 \times 10^{-8}$ s.

La durée propre d'un phénomène est la valeur minimum des durées mesurées car le coefficient de dilatation des durées (γ) est toujours supérieur à 1, ou égal à 1 si la particule est immobile.

9. La durée mesurée est nécessairement supérieure à la durée propre. La seule valeur possible est $2,6 \times 10^{-7}$ s.

10. a. La durée de vie mesurée est $\tau_m = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$, où τ désigne la durée de vie de la particule

dans son référentiel propre : $\tau_m = 6,6 \times 10^{-8}$ s.

b. Dans son référentiel propre, sa durée de vie est $\tau = \tau_m \times \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} = 9,0 \times 10^{-11}$ s.

11. Citer l'expérience des muons cosmiques (voir activité 3).

12. La synchronisation des horloges terrestres et embarquées sur les satellites des systèmes GPS prend en compte la relativité du temps.

Compétences générales

13. a. Incertitude : cet écart n'est pas prévisible ; on peut diminuer cette incertitude en faisant une moyenne avec plusieurs appareils identiques mais on ne peut pas l'éliminer.

b. Erreur : on peut calculer l'écart et on peut l'éliminer. On peut ajouter que, au cours du temps, les écarts sont cumulatifs car ils sont toujours dans le même sens, contrairement aux incertitudes.

14. Les particules des rayons cosmiques se déplacent à une vitesse si proche de celle de la lumière qu'elles peuvent traverser la galaxie avec une *durée propre* de quelques minutes seulement alors que, dans le référentiel terrestre, la *durée mesurée* de ce même trajet serait de plusieurs centaines de milliers d'années.

15. a. $\gamma_0 = 1$

b. L'erreur relative est de 10 % lorsque $\gamma = 1,1$.

On lit $\frac{v}{c} = 0,4$ sur la courbe (le calcul avec l'expression de γ donne 0,417 et confirme cette lecture).

16. On doit avoir $\gamma = 2$;

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = 0,866$$

17. a. On doit remplacer v_{2x} par $\pm c$.

Cas $v_{2x} = c$:

$$v_x = \frac{c - v_{1x}}{1 - \frac{v_{1x}c}{c^2}} = c \frac{c - v_{1x}}{c - v_{1x}} = c$$

Si $v_{2x} = -c$, un calcul identique aboutit à $v_x = -c$.

b. On retrouve l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide car, quelle que soit v_{1x} par rapport à M_1 , l'éclair se propage avec la vitesse c .

Exercices de méthode**18. Exercice résolu.**

19. 1. a. Les calculatrices usuelles donnent γ strictement égal à 1.

b. Ce résultat ne permet pas de rendre compte de l'influence de v parce que le nombre de chiffres affichés est trop petit.

c. En calculant $\gamma - 1$ comme indiqués dans les conseils, on obtient $\gamma - 1 = 5,6 \times 10^{-12}$.

On peut alors donner le résultat sous la forme $\gamma = 1 + 5,6 \times 10^{-12}$.

2. On pose $\varepsilon = \frac{-v^2}{c^2}$. On a : $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}$.

On peut alors, sans problème, faire le calcul numérique qui donne le même résultat que précédemment.

20. a. D'après les postulats de la relativité restreinte, la célérité de la lumière dans le vide est invariante dans tous les référentiels galiléens.

Le vaisseau constitue un référentiel galiléen puis qu'il se déplace en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel lui-même galiléen. Donc, dans ce référentiel, la célérité de la lumière dans le vide est c .

b. Dans le référentiel du vaisseau, l'éclair doit parcourir à la vitesse c les mêmes distances pour atteindre D_1 ou D_2 . Les durées de propagation sont donc égales dans ce référentiel.

c. D'après le postulat énoncé à la question **a.**, l'éclair se propage aussi à la vitesse c dans le référentiel géocentrique.

d. On raisonne maintenant dans le référentiel géocentrique. Soit S_0 le point où se trouve la source à l'instant de l'émission de l'éclair (bien noter que ce point est un point fixe dans le référentiel d'étude). Pendant la propagation de l'éclair, D_2 s'éloigne de S_0 et D_1 s'en rapproche. L'éclair doit parcourir une distance plus petite pour atteindre D_1 . Comme l'éclair se propage dans les deux sens avec la même vitesse c , la durée du trajet de S_0 à D_1 est plus courte que celle du trajet de S_0 à D_2 .

e. Dans le référentiel du vaisseau, l'éclair atteint simultanément les deux récepteurs tandis que, dans le référentiel géocentrique, les deux réceptions ne sont pas simultanées. Or, il s'agit du même phénomène analysé dans deux référentiels différents.

La simultanéité dépend donc du référentiel d'étude alors que selon notre conception usuelle du temps, si deux événements sont simultanés, ceci est vrai pour tout observateur.

On pourra insister sur le fait que le résultat est une conséquence de l'invariance de la vitesse de la lumière. On peut signaler que, dans une situation analogue où on étudierait par exemple un signal sonore, les vitesses de cette onde seraient différentes dans les deux référentiels. En raisonnant avec les lois classiques de composition des vitesses, on aboutirait à la conclusion que la simultanéité des événements ne dépend pas du référentiel.

Exercices d'entraînement

21. La dilatation des durées ne concerne qu'un phénomène analysé dans des référentiels différents. Aucune modification de l'écoulement du temps ne peut être ressentie dans un référentiel donné. L'argument du cosmonaute est faux.

22. a. La distance parcourue est $L = v\tau$. L'erreur relative commise est :

$$\frac{c\tau - v\tau}{v\tau} = \frac{c - v}{v} = \frac{c}{v} - 1 = \frac{1}{0,99995} - 1 = 5 \times 10^{-5} \text{ soit } 5 \times 10^{-3} \%$$

b. Si on fait la même approximation, on aboutit à un résultat aberrant car on trouve un coefficient γ infini.

23. a. L'hypothèse n'est pas scientifique dans le sens où aucun objet de masse non nulle ne peut atteindre la vitesse de la lumière (dans le vide).

b. L'internaute raisonne selon les lois classiques du mouvement. Il pense que la vitesse de la lumière par rapport au vaisseau est nulle comme c'est le cas pour la vitesse relative de deux véhicules qui se suivent à même vitesse.

c. « On ne peut pas envisager en respectant les lois de la physique que tu voyages exactement à la vitesse de la lumière (dans le vide). Mais tu peux imaginer que tu voyages *presque* à cette vitesse. D'après les postulats de la relativité, la vitesse de la lumière sera toujours égale à c par rapport à toi, quelque soit ta vitesse par rapport à la Terre. Tu pourras donc éclairer ton tableau de bord comme si ton vaisseau était immobile. »

Remarque : on pourrait objecter que, dans le vaisseau, la lumière ne se propagerait pas dans le vide mais se propagerait dans l'atmosphère de la cabine. Les lois de la physique n'interdisent pas que la vitesse du vaisseau soit supérieure à la vitesse de propagation de la lumière dans ce milieu gazeux. Mais ceci ne changerait pas le résultat : rien de ce qui se passe dans le référentiel du vaisseau n'est affecté par sa vitesse d'après le principe de relativité.

24. a. Les vitesses s'ajoutent ; par rapport à la voiture, le son se propage à la vitesse :

$$v + \frac{v}{4} \text{ soit } \frac{5}{4}v$$

b. La vitesse de la lumière par rapport à la fusée est c .

25. a. Dans le référentiel lié à S , les horloges des deux fusées retardent, avec un décalage identique puisqu'elles ont la même vitesse.

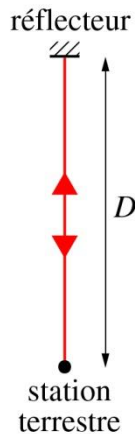
b. Les lois classiques de composition des vitesses ne s'appliquent pas mais on peut tout de même affirmer que F_2 s'éloigne de F_1 plus vite que S .

Dans le référentiel lié à F_1 , les horloges transportées par S et F_2 retardent mais le retard est plus grand pour F_2 .

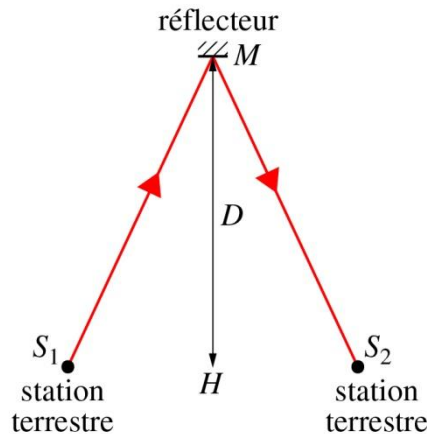
Remarque : dans un cas comme celui-ci, la contradiction entre les résultats de la physique classique et ceux de la physique relativiste est flagrante. Il faut bien insister sur le fait que les « observations » sont valables chacune uniquement dans un référentiel donné. D'autre part, les mots « observateur » ou « observation » laissent imaginer que l'on peut « voir » les horloges et leurs indications. Il faut bien comprendre que les observations dont il est question sont nécessairement (même dans des expériences de pensées) les résultats de mesures effectuées à partir d'informations transmises (à vitesses finies).

26. a.

Trajet du faisceau dans R



Trajet du faisceau dans R'



b. $\Delta t = 2 \frac{D}{c}$.

c. Le vaisseau, en mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel galiléen Terre-Lune, est lui-même un référentiel galiléen. D'après le principe de l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide, la vitesse de l'impulsion dans R' est aussi c .

d. D'après le schéma de la question a., le trajet de l'impulsion lumineuse est plus long dans le référentiel R' . Or sa vitesse de propagation est la même dans les deux cas donc la durée de propagation est plus grande dans R' .

e. Distance parcourue par la station terrestre dans le référentiel du vaisseau : $S_1S_2 = v \times \Delta t'$.

Longueur du trajet du faisceau dans R entre la Terre et la Lune : $D = c \frac{\Delta t}{2}$.

Longueur du trajet du faisceau dans R' entre la Terre et la Lune : $S_1M = S_2M = c \frac{\Delta t'}{2}$.

f. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle S_1MH :

$$S_1M^2 = D^2 + S_1H^2 ; \text{ soit } \left(c \frac{\Delta t'}{2} \right)^2 = \left(c \frac{\Delta t}{2} \right)^2 + \left(v \frac{\Delta t'}{2} \right)^2 \text{ d'où } \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

27. a. Par lecture graphique, on trouve environ respectivement $1,5 \times 10^2$ MeV et $8,5 \times 10^2$ MeV ; soit une variation d'énergie presque 6 fois plus grande dans le deuxième cas pour une augmentation de vitesse 100 fois plus faible.

b. La différence de vitesse est extrêmement faible mais elle correspond à une grande différence d'énergie (elle est 7 fois plus grande).

c. À l'approche de la vitesse de la lumière, les vitesses des particules diffèrent peu les unes des autres mais les différences d'énergie sont importantes.

28. a. $T = \frac{T_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

b. $L_1 = c\tau_1$ et $L_2 = c\tau_2$.

c. $T_{app} = (\tau_2 + T) - \tau_1$: à la durée du parcours du deuxième signal, il faut ajouter son retard d'une période par rapport au premier. Ne pas oublier que toutes les durées intervenant ici doivent être celles mesurées dans le même référentiel R .

d. $L_2 - L_1 = c(\tau_2 - \tau_1) = c(T_{app} - T)$.

e. La variation $L_2 - L_1$ est la distance parcourue dans R par le pulsar pendant T :

$$L_2 - L_1 = vT$$

f. D'après d. et e. : $c(T_{app} - T) = vT$ et en remplaçant T par l'expression donnée en a. :

$$c \left(T_{app} - \frac{T_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = v \frac{T_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$cT_{app} = v \frac{T_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + c \frac{T_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$T_{app} = T_p \frac{\frac{v}{c} + 1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

On réarrange en faisant apparaître au numérateur : $\sqrt{1 + \frac{v}{c}}$ et en développant le

dénominateur : $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \left(\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{v}{c}} \right)$;

$$T_{app} = T_p \frac{\left(\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \right) \left(\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \right)}{\left(\sqrt{1 + \frac{v}{c}} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{v}{c}} \right)}$$

$$T_{app} = T_p \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}$$

g. Il s'agit de l'effet Doppler.

29. a. La durée cherchée est la durée de demi-vie mais mesurée dans le référentiel du laboratoire soit :

$$t_{1/2 \text{ mes}} = t_{1/2} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1,80 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,9995^2}} = 5,69 \times 10^{-7} \text{ s}$$

La distance parcourue dans ce référentiel est :

$$D = v \times t_{1/2 \text{ mes}} = 0,9995 \times 3,0 \times 10^8 \times 5,69 \times 10^{-7} = 171 \text{ m.}$$

b. Si on ne tenait pas compte de la dilatation du temps on annoncerait que la durée nécessaire est $t_{1/2} = 18 \times 10^{-8}$ s et $D = v \times t_{1/2} = 0,9995 \times 3,0 \times 10^8 \times 1,8 \times 10^{-8} = 5,40$ m.

c. Durée du parcours dans le référentiel du laboratoire :

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{100}{0,9995 \times 3,0 \times 10^8} = 3,34 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Dans le référentiel lié au méson : $\Delta t_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t \times \sqrt{1 - 0,9995^2} = 1,06 \times 10^{-8}$ s.

d. $\frac{N}{N_0} = e^{\left(\frac{-1,06 \times 10^{-8} \times 0,693}{1,80 \times 10^{-8}} \right)} = 0,665.$

Remarque : peu importe que l'on utilise ici les durées propres ou les durées mesurées, pourvu que les deux durées correspondent au même référentiel.

e. Si on ne tenait pas compte de la dilatation des durées, on mesurerait une durée de parcours de $3,34 \times 10^{-7}$ s et on ne modifierait pas la valeur de la durée de demi-vie :

$$\frac{N}{N_0} = e^{\left(\frac{-3,34 \times 10^{-7} \times 0,693}{1,80 \times 10^{-8}} \right)} = 2,60 \times 10^{-6}, \text{ ce qui voudrait dire en pratique que les particules}$$

n'atteindraient pas la cible ; alors qu'en fait, plus de la moitié des particules y parviendraient.

Remarque : de tels résultats, vérifiés par l'expérience, sont des confirmations de la validité de la théorie de la relativité du temps.

Exercices de synthèse

30. précision manquante dans le texte 1 a.I. = $9,46 \times 10^{15}$.

a. Pour un occupant de la Terre, la durée du voyage est :

$$\Delta t_m = \frac{D}{v}$$

b. Pour les occupants du vaisseau, la durée du voyage est sa durée propre :

$$\Delta t_p = \Delta t_m \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

$$\text{c. } \Delta t_p = \frac{D}{v} \times \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

$$\text{d. } \Delta t_p^2 = \frac{D^2}{v^2} \times \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$$

$$v^2 \times \Delta t_p^2 = D^2 \times \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).$$

$$v^2 \left(\Delta t_p^2 + \frac{D^2}{c^2} \right) = D^2.$$

$$v = \frac{D}{\sqrt{\Delta t_p^2 + \frac{D^2}{c^2}}}.$$

Avec $D = 4,5 \times 9,46 \times 10^{15}$ mètres ; $\Delta t_p = 10 \times 365 \times 24 \times 3600$ secondes, on obtient :

$$v = 1,2 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

31. 1. a. La phrase fait référence à la dilatation des durées pour un objet en mouvement.

b. La dilatation des durées concerne la mesure des durées dans deux référentiels. Dans le référentiel propre du voyageur, il n'y a pas de changement perçu concernant l'écoulement du temps.

c. On peut raisonner du point de vue du voyageur, en choisissant son référentiel comme étant immobile et le référentiel terrestre en mouvement.

d. La relativité restreinte ne concerne que les référentiels galiléens.

e. Le vaisseau doit accélérer au départ et ralentir à l'arrivée et il faut aussi qu'il fasse demi-tour donc à nouveau un mouvement non uniforme (et/ou non rectiligne). Le référentiel du vaisseau n'a donc pas un mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le jumeau sédentaire est dans un référentiel galiléen et le voyageur dans un référentiel non galiléen. Le jumeau voyageur ressent les accélérations par rapport au référentiel terrestre alors que le jumeau sédentaire ne ressent pas les accélérations par rapport au vaisseau. Les situations ne sont pas symétriques.

f. La réciprocité des situations ne s'appliquant pas, il n'y a pas de contradiction dans le fait de trouver que les deux jumeaux ne se retrouvent pas au même stade de vieillissement.

Remarque : c'est l'application incorrecte de la réciprocité à la situation qui conduit à ce que l'on appelle « le paradoxe des jumeaux » de Langevin.

2. a. Il n'y a pas de relation de cause à effet : le cas est envisageable.

b. Cette situation est impossible puisque l'éruption est la cause de l'arrivée des particules.

32. Rédiger une synthèse de documents

Les parties du texte surlignées indiquent les notions qui doivent apparaître dans la rédaction du compte rendu.

Le compte rendu devra montrer que l'on sait qu'aucune particule ne peut dépasser la vitesse de la lumière (dans le vide) selon le postulat sur lequel s'appuie la théorie de la relativité restreinte. C'est cette impossibilité qui semble avoir été remise en cause selon la mesure effectuée dans cette expérience.

En faveur d'une erreur de mesure, il faudra faire apparaître la très faible différence mesurée entre la vitesse des neutrinos et la limite théorique (0,002 %). On devra relever :

- la haute sensibilité de la mesure aux retards introduits par l'électronique de la chaîne de mesure ;
- l'influence de plusieurs facteurs sur la distance à mesurer dont les effets de marées ou la dérive des continents (citer obligatoirement un exemple au moins) ;
- l'influence de plusieurs facteurs sur la mesure du temps : rotation de la Terre, gravitation terrestre (citer obligatoirement un exemple) ;
- il est important d'évoquer l'observation de neutrinos cosmiques qui aurait dû faire apparaître un écart de plusieurs années entre l'arrivée des neutrinos et celle du flash lumineux associé pour être compatible avec l'écart mesuré dans l'expérience du Cern. On fera apparaître aussi, dans le compte rendu, que cette critique a ses limites car on ne compare pas des neutrinos ayant des énergies de même ordre de grandeur ;
- la théorie de la relativité restreinte est vérifiée avec une précision considérable ce qui rend suspecte une expérience qui la remettrait en cause.

En défaveur d'une erreur de mesure :

- l'écart mesuré est compatible avec la précision des instruments disponibles et toutes les sources d'erreurs ont semble-t-il été envisagées ;
- on ne connaît pas complètement la physique du neutrino et l'écart pourrait venir d'un comportement ignoré de cette particule et non pas d'une violation du postulat de l'impossibilité de dépassement de la vitesse de la lumière.

La présentation de pistes sur les conséquences d'une confirmation du résultat peut rester à un niveau modeste faute de développements d'ordre philosophique.

On attend essentiellement que l'élève comprenne que cette confirmation remettrait en cause la théorie de la relativité et ouvrirait la voie pour de nouvelles recherches théoriques. Le professeur pourra insister à cette occasion sur le fait que la science évolue par remises en cause permanentes de certitudes acquises sans pour autant que les théories précédentes soient abandonnées.

Quant aux conséquences pratiques, on appréciera que l'élève interprète correctement la conclusion du document en expliquant que les recherches les plus éloignées des préoccupations du quotidien finissent par déboucher, à plus ou moins long terme sur des applications pratiques, sans qu'on puisse prévoir lesquelles.
